



GAZ-458

Seat No. _____

B. Sc. (Sem. VI) Examination

March / April - 2017

CCPHY-601 : Physics

(Mathematical Physics, Classical Physics, Quantum Physics)

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

1 (અ) નીચેનામાંથી ગમે તે બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો : ૧૨

(1) લજેન્ડ્ર બહુપદી માટે સાબિત કરો કે

$$\int_{-1}^1 x^n P_n(x) dx = 2^{n+1} \frac{(n!)^2}{(2n+1)!}$$

(2) વક્રરેખીય યામો સમજાવો.

(3) હર્મિટ ડિફરેન્શિયલ માટેનું રોડ્રિગ્યુ (Rodrigue's)

સમીકરણ તારવો.

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે ચાર પ્રશ્નોના જવાબ આપો : 4

(1) ગોલ્ડીય યામ પદ્ધતિ માટે સ્કેલ ફેક્ટરના મૂલ્યો લખો.

(2) $P_2(x)$ ની કિંમત લખો.

(3) $H_0(x)$ ની કિંમત લખો.

(4) $H_2(x)$ ની કિંમત લખો.

(5) નળાકાર યામ પદ્ધતિ માટે $\text{div } \vec{r}$ નું સમીકરણ લખો.

(ક) નીચેનામાંથી ગમે તે એક પ્રશ્નનો જવાબ આપો : 4

(1) $P_n(1) = 1$ સાબિત કરો.

(2) $H'_n(x) = 2n H_{n-1}(x)$ સાબિત કરો.

2 (અ) નીચેનામાંથી ગમે તે બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો : 12

(1) વિચરણીય કલનશાસ્ત્રની મદદથી ઓઈલર-લાગ્રાન્જ સમીકરણ મેળવો.

(2) લાગ્રાન્જ અનિર્ધારિત ગુણક પદ્ધતિ સમજાવો.

(3) હેમીલ્ટનના કેનોનીકલ સમીકરણો તારવો.

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે ચાર પ્રશ્નોના જવાબ આપો : 4

(1) સમતલમાં આવેલા બે બિંદુઓ વચ્ચેનું લઘુતમ અંતર _____ હોય છે.

(A) ચક્રજ

(B) સુરેખ

(C) પરવલય

(D) અતિવલય

(2) વિદ્યુત-યાંત્રિક સામ્યતાઓના આધારે, વિદ્યુતરાશિ-વિદ્યુત ચાલક બળ ($\mathcal{E}(r)$)ને અનુરૂપ યાંત્રિકરાશિ કઈ મળે ?

(3) મોટું વર્તુળ કોને કહેવાય ?

(4) ઢોળાવવાળા સમતલ પર સરક્યા સિવાય ગબડતા નળાકાર માટે ઘર્ષણબળ (λ)નું સમીકરણ લખો.

(5) $T + V = \underline{\hspace{2cm}}$ અને $T - V = \underline{\hspace{2cm}}$.

(ક) નીચેનામાંથી ગમે તે એક પ્રશ્નનો જવાબ આપો : 4

- (1) દર્શાવો કે લાગ્રાન્જિયનનો ચક્રીય યામ, એ હેમીલ્ટોનીયનનો પણ ચક્રીય યામ જ હોય છે.
- (2) હેમીલ્ટોનનું ભૌતિક મહત્ત્વ સમજાવો.

3 (અ) નીચેનામાંથી ગમે તે બે પ્રશ્નોના જવાબ આપો : 12

- (1) પ્રસંદવાદી દોલકના તરંગ વિધેયો માટે પ્રસામાન્વીકરણ અચળાંક (N_n) મેળવો.
- (2) લેડરકારક પર નોંધ લખો. અને દર્શાવો કે $[a, a^+] = 1$.
- (3) કોષ્ટીય વેગમાનકારક

$$L^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right]$$

સાબિત કરો.

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે ચાર પ્રશ્નોના જવાબ આપો : 4

- (1) $x-z$ સમતલમાં આપેલા બિંદુ માટે $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ માટે $l=2$ અને $m = \pm 2$ માટે ધ્રુવીય ડાયાગ્રામ દોરો.
- (2) લેડરકારક (a)ને બીજા કયા નામથી ઓળખવામાં આવે છે ?
- (3) Coherent wave packet અને ક્લાસીકલ કારક વચ્ચેનો તફાવત આપો.
- (4) odd parity અને even parity એટલે શું ?
- (5) સ્પેસ ઈન્વર્જન એટલે શું ?

- (ક) નીચેનામાંથી ગમે તે એક પ્રશ્નનો જવાબ આપો : 4
- (1) ગોલીય યામતંત્ર માટે કોણીય વેગમાનના વર્ગ (L^2)ના સમીકરણનું θ અને ϕ ચલોમાં વિભાજન કરો.
- (2) આયગન કિંમત વર્ણપટ પર નોંધ લખો.
- 4 નીચેનામાંથી ગમે તે પાંચ પ્રશ્નોના જવાબ આપો : 10
- (1) નળાકાર યામ પદ્ધતિમાં ગ્રેડીયન્ટ \vec{V} નું સમીકરણ લખો.
- (2) ગોલીય યામ પદ્ધતિમાં $\text{div } \vec{V}$ નું સમીકરણ લખો.
- (3) સાદાલોકની વ્યાખ્યા આપો.
- (4) હેમીલ્ટન અને લાગ્રાન્જ સૂત્રીકરણના ગમે તે બે તફાવત જણાવો.
- (5) હેમીલ્ટનના સિદ્ધાંતનું કથન લખો.
- (6) સરળ આવર્ત દોલકને રજૂ કરતા wave packetના ક્યા ગુણધર્મના લીધે, તેને coherent state કહે છે?
- (7) "m"ને શા માટે ચુંબકીય ક્વોન્ટમ એક કહે છે ?
- (8) કોણીય વેગમાન (L)ના L_z ઘટકનું, ગોલીય યામ પદ્ધતિમાં સમીકરણ લખો.

ENGLISH VERSION

- 1 (a) Attempt any two out of three : 12
- (1) For Legendra Polynomials, prove that
- $$\int_{-1}^1 x^n P_n(x) dx = 2^{n+1} \frac{(n!)^2}{(2n+1)!}$$
- (2) Explain – Curvilinear coordinates.
- (3) Obtain Rodrigue's formula for Hermite polynomials.

- (b) Attempt any four out of five. 4
- (1) Write the value of scale factors h_1 , h_2 and h_3 in spherical coordinate system.
 - (2) Write the value of $P_2(x)$
 - (3) Write the value of $H_0(x)$
 - (4) Write the value of $H_2(x)$
 - (5) Write the equation of $\text{div } \vec{v}$, in cylindrical coordinate system.
- (c) Attempt any one out of two. 4
- (1) Prove that, $P_n(1) = 1$
 - (2) Prove that $H'_n(x) = 2n H_{n-1}(x)$
- 2 (a) Attempt any two out of three : 12
- (1) Obtain Euler-Lagrange equation by using variational principle of Calculus.
 - (2) Explain - Lagrange's undetermined multipliers method.
 - (3) Obtain the canonical equation of Hamilton.
- (b) Attempt any four out of five. 4
- (1) The minimum distance between two points on a plane is _____.
- (A) Cycloid
 - (B) Straight line
 - (C) Parabola
 - (D) Hyperbola

- (2) By using electro-mechanical analogies, which quantity of mechanical is equivalent to the electrical quantity – the electromotive force $\varepsilon(t)$.
- (3) What is great circle ?
- (4) A cylinder rolling down without slipping on a inclined plane, write down the equation of frictional force (λ).
- (5) $T + V = \underline{\hspace{2cm}}$ and $T - V = \underline{\hspace{2cm}}$.

(c) Attempt any one out of two : 4

- (1) Prove that, the cyclic coordinate of Lagrangian is also the cyclic coordinate of Hemiltonian.
- (2) Explain the physical interpretation of Hemilton.

3 (a) Attempt any two out of three : 12

- (1) Obtain the normalization constant (N_n), for the wave function of simple harmonic oscillator.
- (2) Write note on Ladder operator and prove that $[a, a^+] = 1$.
- (3) Prove that the square of operator of angular momentum.

$$L^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right]$$

(b) Attempt any four out of five. 4

(1) Draw Polar diagram for $\gamma_{l,m}(\theta, \phi)$ for $l=2$ and $m = \pm 2$, at a point in a x-z plane.

(2) Ladder operator (a) is also known as _____.

(3) Give the difference between the coherent wave packet and classical operator.

(4) What is odd parity and even parity ?

(5) What is space inversion ?

(c) Attempt any one out of two. 4

(1) For spherical coordinate system, separate the equation of L^2 into θ and ϕ coordinates.

(2) Write note on eigen value spectrum.

4 Attempt any five out of eight. 10

(1) Write, an equation of Gradient $\vec{\nabla}(\nabla\vec{V})$ in cylindrical coordinate system.

(2) Write an equation of $\text{div } \vec{V}$ in spherical coordinate system.

- (3) Define : Simple pendulum.
 - (4) Give any two difference between Hemilton formulation and Lagrange formulation.
 - (5) Write the statement of Hemilton's principle.
 - (6) Due to which property of wave packet of simple harmonic oscillator, is known as coherent state.
 - (7) Why "m" is known as magnetic quantum number ?
 - (8) Write an equation for the Z-component of angular momentum (L) in spherical coordinate system.
-