HG-208 Seat No.________

B. Sc. (Sem. VI) Examination
March / April - 2015
Physics : CC-Phy-601

Time : 3 Hours] [Total Marks : 70

1 (અ) નીચેનામાંથી ગમે તે **બે**ના જવાબ આપો : 12

(1) લજેન્દ્ર બહુપદી માટે લંબકોણીયતા સાબિત કરો.

(2) વક્રરેખીય લંબચ્છેદી યામ પદ્ધતિ માટે grad, div અને curl ના સમીકરણો લખો. તે પરથી. નળાકાર અને ધ્રુવીય યામ પદ્ધતિ માટે પણ grad, div અને curl ના સમીકરણો લખો.

(3) હર્માઈટ બહુપદી માટેનું રોડ્રીગ્યુ સમીકરણ તારવો.

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે **ચાર**ના જવાબ આપો : 4

(1) ગોલીય ધ્રુવીય યામ પદ્ધતિ માટે સ્કેલ ફેક્ટર્સ h_1, h_2 અને h_3 ના મૂલ્યો જણાવો.

(2) હર્માઈટ બહુપદી માટે $H_2(x)$ = ________.

(3) લજેન્દ્ર બહુપદીના રોડ્રીગ્યુ સમીકરણ અનુસાર $p_n(1)$ = ________.

(4) લજેન્દ્ર બહુપદીના રોડ્રીગ્યુ સમીકરણ પરથી $p_2(x)$ = ________.

(5) લજેન્દ્ર બહુપદીના રોડ્રીગ્યુ સમીકરણ પરથી $p_0(x)$ = ________.

(ક) નીચેનામાંથી ગમે તે **એક**નો જવાબ આપો : 4

(1) લજેન્દ્ર બહુપદી માટે $p_l(-x) = (-1)^l \, p_l(x)$ સાબિત કરો.

(2) હર્માઈટ બહુપદી માટે

$$H_n'(x) = 2x\, H_n(x) - H_{n+1}(x)$$ સાબિત કરો.

2 (અ) નીચેનામાંથી ગમે તે **બે**ના જવાબ આપો : 12

(1) વિચરણીય કલનશાસ્ત્રની મદદથી ઓઈલર-લાગ્રાન્જ સમીકરણ તારવો.

(2) લાગ્રાન્જ અનિર્ધારીત ગુણક પદ્ધતિની સમજૂતી આપો.

(3) હેમિલ્ટનના વિચરણીય સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી, હેમિલ્ટનના કેનોનીકલ સમીકરણ મેળવો.

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે ચારના જવાબ આપો : 4

(1) વિદ્યુત-યાંત્રિક સામ્યતાઓના આધારે વિદ્યુત રાશિ, અવરોધ R ને અનુરૂપ, યાંત્રિક રાશિ ________ મળે.

(2) હેમિલ્ટન સૂત્રીકરણમાં કયા યામો ને, સ્વતંત્ર યામો તરીકે લેવામાં આવે છે ?

(3) ભૂ-તક્તી (geodesic) એટલે શું ?

(4) m દળનો એક કણ, l-ત્રિજ્યાના મોટા લીસા ગોળાની સપાટી પર, ગુરૂત્વાકર્ષણની અસર નીચે ગતિ કરે છે. જ્યારે આ કણ ગોળાની સપાટી છોડી દે, ત્યારે બનાવેલ ખૂણો θ_c કેટલો હોય ?

(5) ઢોળાવવાળા સમતલ પર, સરકયા સિવાય ગબડતા નળાકાર માટે, પ્રવેગનું સમીકરણ લખો.

(ક) નીચેનામાંથી ગમે તે એકનો જવાબ આપો : 4

(1) લાગ્રાન્જ ગુણક પદ્ધતિની મદદથી સાદા લોલકની ગતિનું સમીકરણ મેળવો.

(2) સંયુક્ત લોલક માટે હેમિલ્ટોનીયન અને હેમિલ્ટનના કેનોનીકલ સમીકરણ મેળવી, તેની ગતિનું સમીકરણ મેળવો.

3 (અ) નીચેનામાંથી ગમે તે **બે**ના જવાબ આપો : 12

(1) સરળ આવર્ત દોલક માટે એક પરિમાણમાં શ્રોડિન્જર સમીકરણ લખી, ઉર્જા આયગન મૂલ્ય માટેનું સમીકરણ તારવો.

(2) લેડર કારક સમજાવી સાબિત કરો કે [a, at] = 1.

(3) Coherent states સમજાવો.

(બ) નીચેનામાંથી ગમે તે **ચાર**ના જવાબ આપો : 4

(1) લેડરકારકને બીજા કયા નામથી ઓળખવામાં આવે છે ?

(2) m ને શા માટે ચુંબકીય ક્વૉન્ટમ અંક વડે ઓળખવામાં આવે છે ?

(3) $x - z$ સમતલમાં આવેલા બિંદુ પાસે $r_{l,m}$ (θ, ϕ) માટેનો $l = 1$ અને $m = \pm 1$ માટેનો ધ્રુવીય ડાયાગ્રામ દોરો.

(4) શૂન્ય બિંદુ ઉર્જાનું સમીકરણ લખો.

(5) Coherent તરંગ પેકેટ અને ક્લાસીકલ કારક વચ્ચેનો તફાવત આપો.

(ક) નીચેનામાંથી ગમે તે **એક**નો જવાબ આપો : 4

(1) દર્શાવો કે L^2 ની આયગન કિંમતો $(2l + 1)$ ફોલ્ડ અપકર્ષતા ધરાવે છે.

(2) આયગન કિંમત વર્ણપટ પર નોંધ લખો.

4 નીચેનામાંથી ગમે તે **પાંચના** જવાબ આપો : 10

(1) દર્શાવો કે $H_{2n}(0) = (-1)^n \frac{(2n)!}{n!}$.

(2) હર્માઈટ બહુપદી માટે $H_n'(x) = 2n\, H_{n-1}(x)$ તારવો.

(3) દર્શાવો કે $H_n(-x) = (-1)^n H_n(x)$.

(4) લાગ્રાન્જ અનિર્ધારીત ગુણક પદ્ધતિમાં મળતા અચળાંક λ ને કેમ અનિર્ધારીત ગુણક કહે છે.

(5) દર્શાવો કે લાગ્રાજીયનનો ચક્રીય યામ એ હેમિલ્ટોનીયનનો પણ ચક્રીય યામ જ છે.

(6) તંત્ર બિંદુ (System point) એટલે શું ?

(7) સ્પેસ ઈન્વર્ઝન એટલે શું ?

(8) $x - z$ સમતલમાં આવેલા બિંદુ પાસે $r_{l,m}(\theta, \phi)$ માટેનો $l = 2$ અને $m = 0$ માટેનો ધ્રુવીય ડાયાગ્રામ દોરો.

ENGLISH VERSION

1 (A) Attempt any **two** out of three : 12

(1) Prove orthogonality of Legendra polynomials.

(2) Write down expression for grad, div and curl in orthogonal curvilinear coordinate system. Also. Write down the equations of grad, div and curl in cylindrical and spherical coordinate system.

(3) Obtain Rodrigue's equation for Hermite polynomials.

(B) Attempt any **four** out of **five** : 4

(1) Write down the values of scale factors h_1, h_2 and h_3 in spherical coordinate system.

(2) For Hermite polynomial, $H_2(x) =$ __________.

(3) Using Rodrigue equation of Legendra polynomials $p_n(1) =$ ________.

(4) Using Rodrigue equation of Legendra polynomials $p_2(x) =$ ________.

(5) Using Rodrigue equation of Legendra polynomials $p_0(x) =$ ________.

(C) Attempt any **one** out of **two** : 4

(1) Prove that, for Legendra polynomials

$$p_l(-x) = (-1)^l P_l(x)$$

(2) Prove that, for Hermite polynomial

$$H_n'(x) = 2x\, H_n(x) - H_{n+1}(x)$$

2 (A) Attempt any **two** out of **three** : 12

(1) Obtain Euler-Lagrange equation by using variational principle.

(2) Explain : Lagrange undetermined multiplier method.

(3) Obtain Hamilton's canonical equations by use of Hemilton's principle.

(B) Attempt any **four** out of **five** : 4

(1) By using electro-mechanical analogies, which quantity of mechanical is similar to the electric quantity – Resistance (R).

(2) Which coordinate is treated as an independent coordinate in Hamilton formula.

(3) Define – Geodesic.

(4) A particle of mass m is moving under the action of gravity on the surface of a smooth sphere of radius l. At which angle θ_c, the particle flies off from surface.

(5) A cylinder rolling down without slipping on an inclined plane. Write down the equation of acceleration.

(C) Attempt any **one** out of **two** : 4

(1) Obtain the equation of motion of simple pendulum by using the method of Lagrange undetermined multiplier.

(2) Obtain, Hamilton's and Hamiltonian's canonical equation for compound pendulum. Also obtain the equation of motion.

3 (A) Attempt any **two** out of **three** : 12

(1) Write down Schrondinger equation for simple harmonic oscillator in one dimension and obtain energy eigen value for it.

(2) Explain – Ladder operator and prove that $[a, at] = 1$

(3) Explain – Coherent states.

(B) Attempt any **four** out of **five** : 4

(1) Ladder operator is also known as ________.

(2) Why "m" is known as magnetic quantum number.

(3) Draw the polar diagram of $^{r}l_{m}$ (θ, ϕ) for $l =$ 1 and m $= \pm$ 1 at a point in $x - z$ plane.

(4) Write down the equation for zero point energy.

(5) Give difference between coherent wave packet and classical operator.

(C) Attempt any **one** out of **two** : 4

(1) Prove that, the eigen value of L^2 is $(2l + 1)$ fold degenerate.

(2) Write note on eigen value spectrum.

4 Attempt any **five** out of **eight** : 10

(1) Show that, $H_{2n}(0) = (-1)^n \frac{(2n)!}{n!}$.

(2) Obtain $H_n'(x) = 2n\, H_{n-1}(x)$ for Hermite polynomials.

(3) Show that, $H_n(-x) = (-1)^n H_n(x)$.

(4) Why "λ" is known as undetermined multiplier, in Lagrange undetermined multiplier method ?

(5) Prove that, the cyclic coordinate of Lagrangian is also a cyclic coordinate of Hamiltonian.

(6) Define : System point.

(7) Define : Space inversion.

(8) Draw the polar diagram of $r_{l,m}(\theta, \phi)$ for $l = 2$ and $m = 0$ at a point in $x - z$ plane.