



GAF-458

Seat No. _____

B. Sc. (Sem. V) Examination

November / December - 2015

CC-PHY-501 : Physics

(New Course)

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના : સંજ્ઞાઓના અર્થ પ્રચલિત પ્રણાલિકા મૂજબના છે.

1 (અ) કોઈપણ બે પ્રશ્નોના જવાબ લખો : 12

(1) ગોલીય ધ્રુવીય યામ પદ્ધતિમાં હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણનું વિભાજન મેળવો.

(2) $y'' + 2xy' + 2y = 0$ એ વિકલ સમીકરણનો $x=0$ બિંદુ પાસે ઘાત શ્રેણીમાં ઉકેલ મેળવો.

(3) બેસેલ સમીકરણનો ઉકેલ $x=0$ બિંદુ પાસે ફોબેનિયસ પદ્ધતિ વડે મેળવો.

(બ) કોઈપણ ચાર પ્રશ્નોના જવાબ લખો : 4

(1) લાપ્લાસ સમીકરણનું સામાન્ય સ્વરૂપ માત્ર દર્શાવો.

(2) પ્રસરણ સમીકરણનું સામાન્ય સ્વરૂપ માત્ર દર્શાવો.

(3) વ્યાખ્યા આપો : એકાંકી બિંદુ [Singular Point]

(4) દ્વિતીય ક્રમના રેખીય વિકલ સમીકરણનું સામાન્ય સ્વરૂપ માત્ર દર્શાવો.

(5) $J_{-m}^{(x)} = \underline{\hspace{2cm}} J_m^{(x)} [m, -m, (1)^m, (-1)^m]$

(ક) કોઈપણ એક પ્રશ્નનો જવાબ લખો :

4

(1) કાર્ટેઝિયન યામ પદ્ધતિમાં લાપ્લાસ સમીકરણનું વિભાજન મેળવો.

(2) આપેલા વિકલ સમીકરણ $x^2 y'' + xy' + (x^2 - m^2)y = 0$ માટે $x=0$ બિંદુ પાસે singularitiesની ચર્ચા કરો.

2 (અ) કોઈ પણ બે પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

12

(1) નિયંત્રણ [પ્રતિબંધ]ને વ્યાખ્યાયિત કરી તેના જુદા જુદા પ્રકારની ઉદાહરણ સાથે સમજૂતી આપો.

(2) દ્રઢ પદાર્થ માટે કોણીય વેગમાન (L) અને ચાકગતિ ઊર્જા (T)ના સૂત્રો તારવી તેમની વચ્ચેનો સંબંધ $2T = W.L$ મેળવો.

(3) લાગ્રાંજિયન સમીકરણનો ઉપયોગ કરી નીચેના કોયડા માટે ગતિના સમીકરણ મેળવો.

(1) સાદુ લોલક

(2) તાર પરથી મુક્ત રીતે પતન પામતો મણકા

(બ) કોઈ પણ ચાર પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

4

(1) વ્યાખ્યા આપો : મુક્તાંશ

(2) $\frac{\partial L}{\partial q_k} = \text{_____} [q_k, Q_k, P_k, P_k^\circ]$

(3) જડત્વની ચાકમાત્રા _____ રાશિ છે.

[સદિશ, અદિશ, ટેન્સર]

(4) નીચેનામાંથી કયું સત્ય છે ?

$$(1) L = L(q_k, P_k)$$

$$(2) L = L(q_k, \dot{q}_k)$$

$$(3) L = L(P_k, \dot{P}_k)$$

(5) q વિજભાર ધરાવતો કણ V વેગથી વિજયુંબકીય ક્ષેત્રમાં ગતિ કરતો હોય ત્યારે તેના પર અસર કરતું લોરેન્ટ્ઝ બળ દર્શાવો.

(ક) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો જવાબ આપો :

4

(1) ગતિઊર્જા અંગેનું વ્યાપક સૂત્ર મેળવો.

(2) નોંધ લખો : ગોળાઈ લોલક.

3 (અ) કોઈ પણ બે પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

12

(1) એક જ સ્થિતિમાં રહેલ અવલોકનીય રાશિઓના જોડકાં A અને B માટે અનિશ્ચિતતાનો સિદ્ધાંત વ્યાપક સ્વરૂપમાં મેળવો.

(2) સાબિક કરો કે :

$$(1) [A+B]^\dagger = A^\dagger + B^\dagger$$

$$(2) [A^\dagger]^\dagger = A$$

$$(3) [AB]^\dagger = B^\dagger A^\dagger$$

(3) સાબિત કરો કે $[L_x, L_y] = i\hbar L_z$

(બ) કોઈ પણ ચાર પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

4

(1) તરંગ યંત્રશાસ્ત્રની કોઈ એક પૂર્વધારણા લખો.

(2) કારક એટલે શું ? એક ઉદાહરણ આપો.

(3) વ્યાખ્યા આપો : સ્વંય સહયોગી (Self Adjoint) કારક

(4) જો A અને B કારક સમક્રમી હોય તો $[A, B] =$
_____ $[1, 0, \infty]$.

(5) આપેલા કારકને અનુલક્ષીને મળતી આઈગન કિંમત બીન અપકર્ષ હોય તો તેને અનુલક્ષીને _____ આઈગન વિધેય શક્ય બને. [એક, અનેક]

(ક) કોઈ પણ એક પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

4

(1) નોંધ લખો : ડિરાક ડેલ્ટા વિધેય

(2) દર્શાવો કે સ્વંય સંલગ્ન [હર્મિશીયન] કારકના સંદર્ભમાં કોઈ પણ બે અસમાન આઈગન કિંમતો ધરાવતા આઈગન વિધેયો પરસ્પર લંબ હોય છે.

4 કોઈ પણ પાંચ પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

10

(1) વિકલ સમીકરણ $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$ નો ઉકેલ દર્શાવો.

(2) ડી'એલેમ્બર્ટનો સિદ્ધાંત સમજાવો.

(3) જો લાગ્રાન્જિયન L એ કોઈ યામ q_K થી સ્વતંત્ર હોય તો સાબિત કરો કે $P_K =$ અચળ.

- (4) દઢ પદાર્થ કેટલા મુક્તાંશ ધરાવે છે ? સમજાવો.
- (5) સાબિત કરો કે $[x, P_x] = ih$
- (6) દર્શાવો કે રેખીય વેગમાન કારક (P) સ્વંય સંલગ્ન (હર્મીશીયન) છે.
- (7) આઈગન વિધેય અને આઈગન કિંમત ને વ્યાખ્યાયિત કરો.
- (8) દર્શાવો કે $A^\dagger A$ ની અપેક્ષિત કિંમત ધન હોય છે.

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) Symbols used have usual meaning.

1 (a) Attempt any two questions : 12

- (1) Separate the Helmholtz equation in spherical polar coordinates.
- (2) Obtain the solution of a differential equation $y'' + 2xy' + 2y = 0$ at $x=0$ Point by using power series.
- (3) Obtain the solution of Bessel's equation at $x=0$ point by using the method of Frobenius.

(b) Attempt any Four questions : 4

- (1) Write down the general form of Laplace's equation.
- (2) Write down the general form the diffusion equation.

- (3) Define : Singular Point
- (4) Write down the general form for the second order linear differential equation.

$$(5) J_{-m}^{(x)} = \text{_____} J_m^{(x)} \quad [m, -m, (1)^m, (-1)^m]$$

(c) Attempt any one question : 4

- (1) Obtain separation of Laplace's equation in Cartesian coordinate system.
- (2) Discuss the singularities at $x=0$ point for a given differential equation :

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - m^2)y = 0.$$

2 (a) Attempt any two questions : 12

- (1) Define constraints and discuss different types of constraints with illustrations.
- (2) Obtain the formula for angular momentum (L) and Kinetic energy (T) for a rigid body and obtain the relation $2T = W.L.$
- (3) By using Lagrangian equation obtain the equation of motion for the following problems.
 - (1) Simple pendulum
 - (2) A bead sliding along a uniformly rotating wire on a force free space.

(b) Attempt any four questions : 4

- (1) Define : Degree of Freedom.
- (2) $\frac{\partial L}{\partial q_k} = \text{_____} [q_k, Q_k, P_k, P_k^\circ]$
- (3) Moment of Inertia is a _____ quantity.
 [Scalar, Vector, Tensor]

(4) Which one is true from following ?

(1) $L = L(q_k, P_K)$

(2) $L = L(q_k, \dot{q}_K)$

(3) $L = L(P_K, \dot{P}_K)$

(5) Show Lorentz force for a particle moving in a electro magnetic field with velocity V and having Charge q .

(c) Attempt any one question : 4

(1) Obtain generalized form for the kinetic energy.

(2) Write a note on : Spherical pendulum.

3 (a) Attempt any two questions : 12

(1) Obtain the general form of uncertainty principle for the pair of A and B observables which are in the same state.

(2) Prove that :

(1) $[A+B]^\dagger = A^\dagger + B^\dagger$

(2) $[A^\dagger]^\dagger = A$

(3) $[AB]^\dagger = B^\dagger A^\dagger$

(3) Prove that $[L_x, L_y] = i\hbar L_z$.

(b) Attempt any Four questions : 4

(1) State any one postulates of wave mechanics.

(2) What is an operator ? Give one illustration.

- (3) Define : Self Adjoint operator.
- (4) If two operators A and B are commutate then $[A, B] = \text{_____}$ $[1, 0, \infty]$.
- (5) For a non degerate eigen value belonging to given operator there is _____ eigen function possible. [one, many]

(c) Attempt any one question :

4

- (1) Write a note on "Dirac Delta function".
- (2) Prove that any two eigenfunctions belonging to distinct eigen values of a self Adjoint operator are mutually orthogonal.

4 Attempt any Five questions :

10

- (1) State the solution of a differential equation $x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$.
- (2) Explain the principle of D' Alembert.
- (3) If Lagrangian L is independent of any coordinate q_K then prove that $P_K = \text{constant}$.
- (4) How many degree of freedom does a rigid body have ? Explain it.
- (5) Prove that $[x, P_x] = i\hbar$
- (6) Prove that linear momentum (P) is a self Adjoint operator.
- (7) Define eigen function and eigen value.
- (8) Prove that expectation value of $A^\dagger A$ is non negative.