



KW-1205

Seat No. \_\_\_\_\_

**B. Sc. (Sem. II) Examination**

**April/May - 2013**

**Mathematics**

*(Core Compulsory)*

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

[વિભાગ - અ

યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલી જગ્યા પૂરી : (દરેકનો ૧ ગુણ)

૧૦

૧  $-i = cis\theta$  હોય તો  $\theta =$  \_\_\_\_\_

- (a)  $\pi$  (b)  $\pi/2$   
(c)  $3\pi/2$  (d)  $2\pi$

૨  $1 + w + w^2 =$  \_\_\_\_\_ જ્યાં  $w = (1)^{1/3}$ ,  $w \neq 1$ .

- (a) 0 (b) 1  
(c) -1 (d) 2

૩  $3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots \infty =$  \_\_\_\_\_

- (a)  $\frac{7}{2}$  (b)  $\frac{9}{2}$   
(c) અનંત (d) આમાંથી એકપણ નહીં

૪ નીચેનામાંથી કઈ શ્રેણી અભિસારી છે ?

(a)  $\sum \frac{1}{n^4}$

(b)  $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$

(c)  $\sum \frac{1}{n}$

(d) આમાંથી એકપણ નહીં

૫ આપેલ ઢાળવાળી સુરેખાના સમુદાયનું વિકલ સમી. \_\_\_\_\_ છે.  
જ્યાં ઢાળ =  $m$ .

(a)  $\frac{dy}{dx} = m$

(b)  $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

(c)  $y = mx$

(d)  $y = mx + c$

૬  $\frac{d^2y}{dx^2} + \sin \frac{dy}{dx} + 1 = 0$  નું પરિમાણ \_\_\_\_\_ છે.

(a) 1

(b) 2

(c) 0

(d) વ્યાખ્યાયિત નથી.

૭  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x+1} = \sin x$  નો સંકલ્પકારક અવયવ \_\_\_\_\_ છે.

(a)  $x+1$

(b)  $\frac{1}{x+1}$

(c)  $\frac{y}{x+1}$

(d)  $e^{\int \frac{1}{x+1} dx}$

૮ કયો શ્રેણિક સંમિત છે ? જ્યાં  $A$  કોઈ પણ ચોરસ શ્રેણિક છે

- (a)  $A+A^T$  (b)  $A-A^T$   
(c)  $A+2A^T$  (d)  $2A$

૯  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$  અને  $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$  શું શક્ય છે ?

- (a)  $A+B^T$  (b)  $AB$   
(c)  $B^T A^T$  (d) બધા જ

૧૦ 
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$
 તો  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- (a) 5 (b) -5  
(c) 3 (d) એક પણ નહીં

### વિભાગ - બ

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (દરેકનો એક ગુણ)

૧૦

૧૧  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$  સાબિત કરો.

૧૨  $\log(-i)$ ની મૂળકિંમત શોધો.

૧૩  $\frac{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^4 (\cos 4\theta - i \sin 4\theta)^5}{(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^3 (\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^{-4}} = 1$  સાબિત કરો.

૧૪  $1+2+3+4+\dots\infty$  ના અભિસરણની ચર્ચા કરો.

૧૫  $\sum \frac{3^n}{n+1}$  ના અભિસરણની ચર્ચા ગુણોત્તર કસોટીની મદદથી કરો.

૧૬ અભિસારી શ્રેઢીની વ્યાખ્યા આપો.

૧૭  $y = xp + p^3 + \log p + \sin p$  નો વ્યાપક ઉકેલ મેળવો.

૧૮ વિકલ સમીકરણની કક્ષા અને પરિમાણની વ્યાખ્યા આપો.

૧૯ ઢાર શ્રેણિક અને સ્તંભ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ આપી સમજાવો.

૨૦  $A = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$  અને  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  હોય તો  $AB$  અને  $BA$  શોધો.

કોઈ પણ પાંચ પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (દરેકના બે ગુણ)

૧૦

૨૧ ડી'મોઈવર્સ પ્રમેયની મદદથી નીચેના સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો.

$$x^9 + x^5 - x^4 - 1 = 0$$

૨૨  $\sin^7 \theta \cos^3 \theta$  નું  $\theta$  ના અવયવીના  $\sin$  ના સરવાળામાં વિસ્તરણ કરો.

૨૩  $\sum \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$  ના અભિસરણની ચર્ચા કરો.

૨૪ વિકલ સમીકરણ  $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = 3x^2y^{4/3}$  ઉકેલો.

૨૫ વિકલ સમીકરણ  $y + xp = p^3$  ઉકેલો.

૨૬ નીચેના શ્રેણિકનો કોટિ શોધો :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 7 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

૨૭ બતાવો કે આ  $\begin{bmatrix} 3 & 7-4i & -2+5i \\ 7+4i & -2 & 3+i \\ -2-5i & 3-i & 4 \end{bmatrix}$  શ્રેણિક હર્મિટીય શ્રેણિક છે.

ગમે તે ચાર પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (દરેકના ચાર ગુણ)

૧૬

૨૮ જેનાં બીજ  $2\cos\frac{\pi}{7}$ ,  $2\cos\frac{3\pi}{7}$ ,  $2\cos\frac{5\pi}{7}$  હોય તેવું સમીકરણ મેળવો.

૨૯ શ્રેઢી  $\frac{x}{2\cdot3} + \frac{x^2}{3\cdot4} + \frac{x^3}{4\cdot5} + \dots$ ના અભિસરણની ચર્ચા કરો.

૩૦ પ્રાથમિક હારખ્યા દ્વારા નીચેના શ્રેણિકનો વ્યસ્ત શ્રેણિક મેળવો.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

૩૧ સુરેખ સમીકરણ સહિતનો ઉકેલ મેળવો :

$$x_1 - 3x_2 + x_3 = -2$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$$

૩૨ સમીકરણ  $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 2e^{2x} + 3e^{-5x} - 5$  નો સામાન્ય ઉકેલ શોધો.

૩૩  $\sin^m \theta$  અને  $\cos^n \theta$  નું  $\theta$  ના ગુણકના ત્રિ-વિધેયોમાં વિસ્તરણ મેળવો.

### વિભાગ - ઈ

કોઈ પણ ચાર પ્રશ્નોના જવાબ આપો : (દરેકના છ ગુણ)

૨૪

૩૪ ડી'મોઈવર્સ પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો.

૩૫ સરખામણીની કસોટી લખો અને સાબિત કરો.

૩૬ શ્રેઢી  $\sum \frac{1}{n^p}$  એ  $p > 1$  માટે અભિસારી અને  $p \leq 1$  માટે અપસારી છે.

તેમ સાબિત કરો.

૩૭ પરિવર્ત શ્રેણિકની વ્યાખ્યા આપો. પ્રચલિત એકમો મુજબ સાબિત કરો કે

$$\text{જે } (AB)^T = B^T A^T.$$

૩૮ બર્નોલીનું વિકલ સમીકરણ લખો તથા તેનો ઉકેલ મેળવો.

# ENGLISH VERSION

## PART - I

Fill in the blank with proper answer : (1 mark each) **10**

1  $-i = cis\theta$  then  $\theta =$  \_\_\_\_\_.

- (a)  $\pi$  (b)  $\pi/2$   
(c)  $3\pi/2$  (d)  $2\pi$

2  $1+w+w^2 =$  \_\_\_\_\_ where  $w = (1)^{1/3}$  and  $w \neq 1$ .

- (a) 0 (b) 1  
(c) -1 (d) 2

3  $3+1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\dots\infty =$  \_\_\_\_\_

- (a)  $7/2$  (b)  $9/2$   
(c)  $\infty$  (d) None of these

4 Which one is convergent series ?

- (a)  $\sum \frac{1}{n^4}$  (b)  $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$   
(c)  $\sum \frac{1}{n}$  (d) None of these

5 Which is the differential equation of a line having slope  $m$ .

(a)  $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$

(b)  $\frac{dy}{dx} = m$

(c)  $y = mx$

(d)  $y = mx + c$

6 Degree of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \sin \frac{dy}{dx} + 1 = 0 \text{ is}$$

(a) 1

(b) 2

(c) 0

(d) None of these

7 Integrating factor of  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x+1} = \sin x$  is \_\_\_\_\_.

(a)  $x+1$

(b)  $\frac{1}{x+1}$

(c)  $\frac{y}{x+1}$

(d)  $e^{\int \frac{1}{x+1} dx}$

8 Which is symmetric matrix? Where  $A$  is any square matrix.

(a)  $A + A^T$

(b)  $A - A^T$

(c)  $A + 2A^T$

(d)  $2A$

9 For  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$  and  $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$  what is possible ?

(a)  $A + B^T$  (b)  $AB$

(c)  $B^T A^T$  (d) All

10 If  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ 8 \end{bmatrix}$  then  $x =$  \_\_\_\_\_.

(a) 5 (b) -5

(c) 3 (d) None of these

### PART - B

Answer the following questions : (one mark each) 10

11 Prove that  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ .

12 Find the value of  $\log(-i)$ .

13 Prove that  $\frac{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^4 (\cos 4\theta - i \sin 4\theta)^5}{(\cos 4\theta + i \sin 4\theta)^3 (\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^{-4}} = 1$ .

14 Discuss the convergence of  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots \infty$ .

- 15 Using ratio test discuss the convergence of  $\sum \frac{3^n}{n+1}$ .
- 16 Explain convergent series.
- 17 Solve :  $y = xp + p^3 + \log p + \sin p$
- 18 Define order and degree of a differential equation.
- 19 Define row matrix and column matrix with illustration.

20 If  $A = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$  and  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  then find  $AB$  and  $BA$ .

### PART - C

Answer any **five** : (two marks each) 10

21 Using D-Moiver's theorem. Solve :  $x^9 + x^5 - x^4 - 1 = 0$

22 Expand  $\sin^7 \theta \cdot \cos^3 \theta$  in terms of  $\sin$ .

23 Discuss the convergence of  $\sum \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ .

24 Solve different equ.  $\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}y = 3x^2y^{4/3}$ .

25 Solve different equation :  $y + xp = p^3$

26 Find the range of  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 7 & 5 & 1 \end{bmatrix}$

27 Show that  $\begin{bmatrix} 3 & 7-4i & -2+5i \\ 7+4i & -2 & 3+i \\ -2-5i & 3-i & 4 \end{bmatrix}$  is a Hermitian matrix.

### PART - D

Answer any four of the following : (four marks each) 16

28 Contract an equation where roots are  $2\cos\frac{\pi}{7}$ ,  $2\cos\frac{3\pi}{7}$

and  $2\cos\frac{5\pi}{7}$ .

29 Discuss the convergent of series  $\frac{x}{2 \cdot 3} + \frac{x^2}{3 \cdot 4} + \frac{x^3}{4 \cdot 5} + \dots$

30 Find inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

31 Solve the system of linear equations :

$$x_1 - 3x_2 + x_3 = -2$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$$

32 Solve :  $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 2e^{2x} + 3e^{-5x} - 5$

33 Expand  $\sin^m \theta$  and  $\cos^n \theta$ .

### PART - E

Answer any four of the following : (six marks each) **26**

34 State and prove D-Moivre's theorem.

35 State and prove comparison test.

- 36 Prove that series  $\sum \frac{1}{n^p}$  converges for  $p > 1$  and diverges  $p \leq 1$ .
- 37 Define transpose of a matrix. In usual notation prove that  $(AB)^T = B^T A^T$ .
- 38 State the Bernoulli's differential equation and write the method of solving it.
-