



KT-5258

Seat No. _____

B. Sc. (Sem. V) Examination

November / December - 2014

Physics : CC - PHY

(New Course)

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના : સંજ્ઞાઓના અર્થ પ્રયત્નિત પ્રણાલિકા મુજબના છે.

૧ (અ) કોઈ પણ બે પ્રશ્નોના જવાબ લખો : ૧૨

(૧) લાપ્લાસ સમીકરણનું કાર્ટેઝિયામ પદ્ધતિમાં વિભાજન દર્શાવો.

(૨) સામાન્ય અને અસામાન્ય બિંદુની વ્યાખ્યા આપી, સાબિત કરો કે $X = 0$ એ બેસેલ વિકલ સમીકરણનું નિયમિત અસામાન્ય બિંદુ છે.

(૩) સંલગ્ન લીજેન્ડ્ર સમીકરણનું અસામાન્ય બિંદુ મેળવી, તેનો પ્રકાર નક્કી કરો.

(બ) કોઈ પણ ચાર પ્રશ્નોના જવાબ આપો : ૪

(૧) પોયસન સમીકરણનું સ્વરૂપ લખો.

(૨) નળાકીય ચામ પદ્ધતિમાં ∇^2 નું સ્વરૂપ દર્શાવો.

(૩) m ની પૂર્ણાંક કિંમત માટે બેસેલ સમીકરણના બંને ઉકેલો રેખીય સ્વાયત્ત કે રેખીય અવલંબિત થશે તે જણાવો.

(૪) દ્વિતીય ક્રમના રેખીય વિકલ સમીકરણનું સામાન્ય સ્વરૂપ લખો.

(૫) $J_m(x)$ નું શ્રેણી સ્વરૂપ જણાવો.

(ક) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો જવાબ લખો : ૪

(૧) $x^2y^{11} - 6y = 0$ કોબેનિયસની રીતે ઉકેલો.

(૨) ચલના વિભાજનની રીત યોગ્ય ઉદાહરણ સાથે સમજાવો.

૨ (અ) કોઈ પણ બે પ્રશ્નોના જવાબ લખો : ૧૨

(૧) વ્યાપક યામો એટલે શું? તેમની વિશિષ્ટતા જણાવી તેના ઉદાહરણો આપો.

(૨) ચક્રીય યામ સમજાવો. સાબિત કરો કે ચક્રીય યામથી અનુબદ્ધિત વ્યાપક વેગમાનનું સંરક્ષણ થાય છે.

(૩) દૃઢ પદાર્થ માટે સાબિત કરો કે $2T = wL$ થાય. સાબિત કરો કે ગતિઊર્જા

$$T = \frac{1}{2} [I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2 + I_3 \omega_3^2]$$

(બ) કોઈ પણ ચાર પ્રશ્નોના જવાબ આપો : ૪

(૧) પ્રતિબંધો તંત્રના મુક્તાંશો પર શી અસર કરે છે ?

(૨) ડી-લામ્બર્ટનો સિદ્ધાંત લખો.

(૩) સંરક્ષીતંત્ર એટલે શું ?

(૪) લાગ્રાંજ સમીકરણો કેવા પ્રકારના સમીકરણો છે ?

(૫) દૃઢ પદાર્થ એટલે શું ?

(ક) કોઈ પણ એક પ્રશ્નનો જવાબ લખો : ૪

(૧) સાદા લોલક માટે લાગ્રાંજ સમીકરણ મેળવો.

(૨) સંરક્ષી તંત્ર માટે ઊર્જા સંરક્ષણનો નિયમ મેળવો.

૩ (અ) કોઈ પણ બે પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

૧૨

(૧) પ્રસામાન્યિત ગોસિયન વિધેય

$$\psi = \left[\frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \right]^{1/2} \exp \left[\frac{-x^2}{2\sigma^2} \right] \text{ માટે } \langle x^n \rangle \text{ માટેનું}$$

સ્વરૂપ મેળવો.

(૨) આયગન કિંમત કોયડો અને અપભ્રષ્ટતા (degeneracy) સમજાવો.

(૩) અનિશ્ચિતતાનો ગુણાકાર લઘુત્તમકિંમત ધારણ કરે તેવી પ્રસામાન્યિત સ્થિતિ માટે તરંગવિધેયનું સ્વરૂપ મેળવો.

(બ) કોઈ પણ ચાર પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

૪

(૧) બિન પ્રસામાન્યિત તરંગ વિધેયની અપેક્ષિત કિંમત માટેનું સ્વરૂપ લખો.

(૨) તરંગ વિધેય કેવું હોય છે ?

(૩) સ્વ-સંલગ્ન કારક માટેની શરત લખો.

(૪) $\langle A^+ A \rangle$ કેવી હોય છે ?

(૫) અપભ્રષ્ટ આયગન કિંમત કોને કહે છે ?

(ક) કોઈ પણ એક પ્રશ્નોનો જવાબ લખો :

૪

(૧) દર્શાવો કે સ્વ-સંલગ્ન કારકની આયગન કિંમત વાસ્તવિક હોય છે.

(૨) સાબિત કરો કે $(\vec{r} \cdot \vec{p})^2 = r^2 p^2 + i\hbar (\vec{r} \cdot \vec{p}) - L^2$ થાય.

૪ કોઈ પણ પાંચ પ્રશ્નોના જવાબ લખો :

૧૦

- (૧) નિયમિત અને અનિયમિત સમાન્ય બિંદુની વ્યાખ્યા આપો.
- (૨) કાર્ટેઝિય યામ પદ્ધતિમાં હેલ્મહોલ્ટ્ઝ સમીકરણનું સ્વરૂપ લખો.
- (૩) નિયમિત બિંદુ આગળ શ્રેણી ઉકેલની રીત ટૂંકમાં વર્ણવો.
- (૪) લાગ્રાંજ સમીકરણ અને ન્યૂટનના સમીકરણની સમરૂપતા દર્શાવો.
- (૫) હેમીલ્ટોનિયન અને લાગ્રાંજિયન વચ્ચેનો સંબંધ લખો.
- (૬) તંત્રના મુક્તાંશોની માત્રા (degrees of freedom) પર નોંધ લખો.
- (૭) સાબિત કરો કે $[x, p^n] = ni\hbar p^{n-1}$ થાય.
- (૮) સાબિત કરો કે $[xpx]^2 = x^2 p_x^2 - i\hbar xp_x$ થાય.

ENGLISH VERSION

Instruction : Symbol used have usual meaning.

1 (a) Attempt any two questions :

12

- (1) Show the separation of Laplace's equation in Cartesian coordinate system.
- (2) Define ordinary and singular point; show that $X = 0$ is a regular singular point of a Bessel's differential equation.
- (3) Obtain singular point of associated Legendre's equation and decide what type it is ?

- (b) Attempt any four questions : 4
- (1) Write the form of Poisson's equation.
 - (2) Show the form of ∇^2 in cylindrical coordinate system.
 - (3) Whether the two solutions of Bessel's equation for integral m will be linearly independent or linearly dependent ?
 - (4) Write the general form of second order linear differential equation.
 - (5) Show the series form of $J_m(x)$.
- (c) Attempt any one question : 4

- (1) Obtain solution of $x^2 y'' - 6y = 0$ by Frobenius method.
- (2) Explain method of separation of variable with suitable example.

- 2 (a) Attempt any two questions : 12

- (1) What are generalised coordinates ? Show their characteristic and give suitable examples.
- (2) Explain cyclic coordinates. Show that its generalised momentum conjugate to cyclic coordinate is conserved.
- (3) For a rigid body prove that $2T = \omega L$. Prove that its kinetic energy

$$T = \frac{1}{2} [I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2 + I_3 \omega_3^2]$$

(b) Attempt any four questions : 4

- (1) What effect does forces of constraints have on degrees of freedom ?
- (2) Write D'Alembert's principle.
- (3) What is conserved system ?
- (4) What types of equations are Langrange's equations ?
- (5) What is rigid body ?

(c) Attempt any one question : 4

- (1) Obtain Langrange's equation for a simple pendulum.
- (2) Obtain law of conservation of energy for a conserved system.

3 (a) Attempt any two questions : 12

- (1) Obtain form for $\langle x^n \rangle$ for a normalised Gaussian function

$$\psi = \left[\frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \right]^{1/2} \exp \left[\frac{-x^2}{2\sigma^2} \right]$$

- (2) Explain Eigen value problem and degeneracy.
- (3) Obtain the form of a normalised state wave function when the value of uncertainty product is minimum.

- (b) Attempt any four questions : 4
- (1) Write the form for expectation value in case of non-normalised wave function.
 - (2) How is a wave function ?
 - (3) Write the condition for a self adjoint operator.
 - (4) How is the $\langle A^+ A \rangle$.
 - (5) Which eigen value is degenerate ?
- (c) Attempt any one question : 4
- (1) Show that the eigen values of a self adjoint operator is real.
 - (2) Prove that $(\vec{r} \cdot \vec{p})^2 = r^2 p^2 + i\hbar (\vec{r} \cdot \vec{p}) - L^2$.
- 4 Attempt any five questions : 10
- (1) Define regular and irregular ordinary point.
 - (2) Write the form of Helmholtz's equation in cartesian coordinate system.
 - (3) Explain in brief the method of series solution at a regular point.
 - (4) Show equivalence of Langrange's equation and Newton's equation.
 - (5) Write the relation between Hamiltonian and Langrangian.
 - (6) Write note on degrees of freedom.
 - (7) Show that $[x, p^n] = ni\hbar p^{n-1}$.
 - (8) Show that $[xp_x]^2 = x^2 p_x^2 - i\hbar xp_x$.